REACCIÓN EN CADENA
Caída de Fichas de Dominó

M. Azul González *Universidad Favaloro*
Lilian Mariani *12 de julio de 2000*
Hernán Toth

Resumen: El objetivo del trabajo consistió en descubrir como dependía la velocidad de una reacción en cadena consistente en una hilera de fichas de dominó en caída sucesiva, en función de: la separación existente entre ellas y la altura en que se aplicaba una fuerza constante sobre la cara lateral de la primer ficha.

INTRODUCCIÓN

Una reacción en cadena consistente en la caída sucesiva de fichas de dominó alineadas en forma equiespaciada, es básicamente la repetición de un mismo hecho: una ficha voltea a la siguiente. La primera, que desencadena la reacción cae a consecuencia de una fuerza exterior.

Para comprender la dinámica de la reacción en cadena, se debió analizar cuándo una ficha es capaz de voltear a otra que tiene enfrente. Pero esto requería averiguar bajo qué condiciones una ficha sola caerá rotando alrededor de una de las aristas de la base.

Para ello, el trabajo se dividió en tres etapas:

1ra.) Estudio de la caída, sin deslizamiento, de una ficha.
2da.) Estudio de la caída de dos fichas.
3ra.) Estudio de la caída sucesiva de un número finito de fichas en hilera.

En particular se analiza experimentalmente la dependencia del tiempo de caída de todas las fichas en función de: la separación entre ellas y la altura a la cual se aplica una fuerza constante sobre la primera.

1) CAÍDA DE UNA FICHA

Considérese una ficha puesta de pie, de espesor ***a***, altura ***b*** y anchura ***c*** (ver *Figura 1*).

La pieza conservará una posición de equilibrio estable cuando el vector que representa al peso "caiga" dentro del área de apoyo. Este vector se encuentra aplicado sobre el centro de masa (C.M) de la ficha que coincide con su centro geométrico.

Si la ficha se inclina alrededor de una de las aristas inferiores, y el C.M queda justo encima de esta arista, el equilibrio es inestable, pues bastará una pequeña fuerza para destruirlo y tumbar la pieza. Entonces, para poder derribar una ficha hay que golpearla de modo que se incline más allá de esa posición de estabilidad precaria. El golpe le comunica a la pieza energía cinética de rotación que se transforma en energía potencial del C.M que se eleva a medida que la ficha rota. En la *Figura 2,* se muestra la altura a la que se encuentra el C.M y la energía potencial asociada a la ficha, en las posiciones de equilibrio estable e inestable.

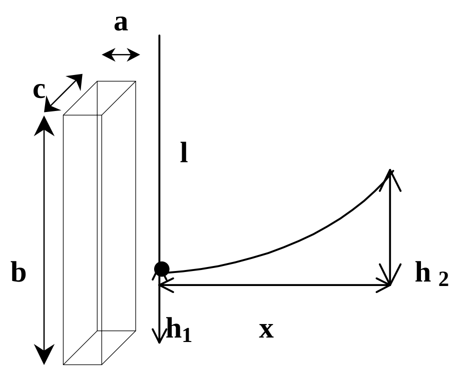

Figura 1: Diseño experimental

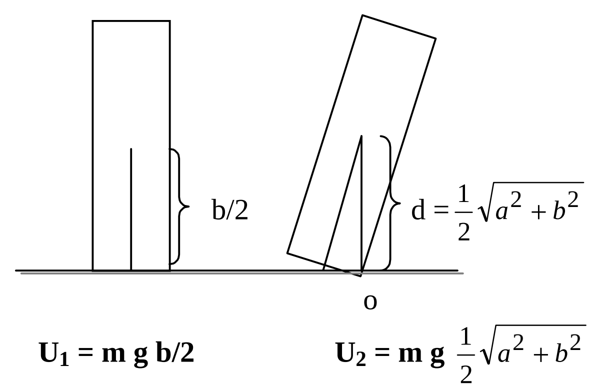

Figura 2: Posiciones de equilibrio estable e inestable

Para elevar el C.M desde una altura b/2 hasta una altura d, hay que suministrar a la ficha una energía mínima igual a:

$$\boxed{\Delta U = \frac{1}{2} mg(\sqrt{a^2+b^2} - b} \qquad (1)$$

Si con un golpe se le cede menos energía, la ficha no podrá rebasar la posición de equilibrio precario y caerá hacia atrás. Si se le cede más energía volcará. Experimentalmente se estudió este hecho.

DISEÑO EXPERIMENTAL

El dispositivo experimental se ilustra en la *Figura 1*. Una pieza de madera se apoya en la posición mostrada sobre una superficie nivelada horizontalmente y forrada en goma. Esto último es para evitar que la pieza patine al ser impactada por la bolita de un péndulo de longitud ***l***. La bolita del péndulo descansa en su posición de equilibrio cuando se encuentra verticalmente y apenas en contacto con una de las caras laterales mayores de la pieza, a una cierta altura h_1 sobre la mesa y centrada con respecto al ancho ***c*** de la ficha.

Se aparta la bolita de su posición de equilibrio hasta varias distancias horizontales ***x*** para cada altura h_1. Se determina cuál es la distancia ***x*** mínima con la cual la bolita es capaz de derribar la ficha. Esta distancia se corresponderá con la mínima energía potencial que la bolita transformará en energía cinética y en el impacto se la comunicará a la ficha como energía de rotación (salvo que se pierda en parte por fricción u oscilaciones de la misma). Finalmente, la ficha transforma su energía de rotación en energía potencial para elevar su C.M una altura d - (b/2). La distancia h_1 se determina con la marca dejada por la bolita al impactar sobre la ficha cubierta con un pedacito de papel carbónico.

El experimento se repitió para distintas alturas h_1, obteniéndose la correspondiente serie de valores x.

RESULTADOS

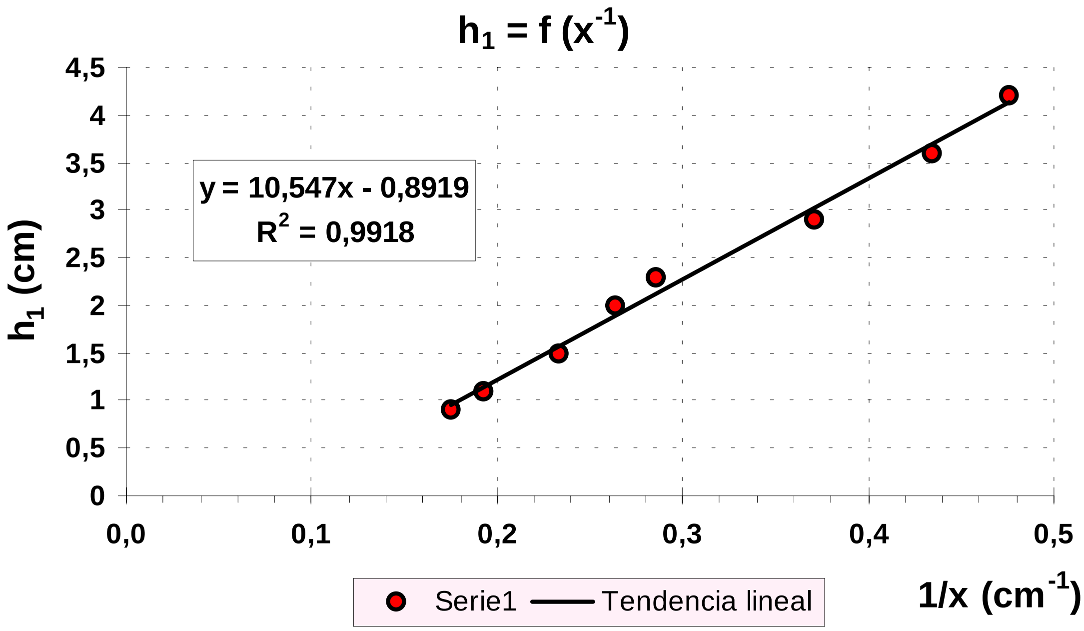

Figura 3: *Altura de impacto en función de la inversa de la distancia de apartamiento. Se observa un ajuste lineal para la nube de puntos.*

INTERPRETACIÓN

De acuerdo a la línea de tendencia, la bolita tiene la energía mínima para volcar a la ficha, cuando se la separa de su posición de equilibrio una distancia x que es casi inversamente proporcional a la altura sobre la que pega, ya que la ordenada al origen es casi nula. Esto se debe a que cuanto mayor es la altura de impacto, mayor es el brazo de palanca de la fuerza aplicada, por lo que ésta puede ser menor para que la ficha adquiera la energía mínima. Teniendo en cuenta que las alturas negativas no se presentan en la realidad, la mínima separación posible de la bolita a la ficha es de 0,085 m correspondiente a una altura ideal nula de su C.M. Sin embargo, la altura mínima real correspondería al radio de la bolita, para la cual habrá otra x asociada.

DISCUSIÓN

Para probar la conjetura de que h_1 y x son inversamente proporcionales se realizó un desarrollo teórico igualando la energía cinética de rotación de la ficha con la energía potencial mínima dada por la ecuación (1), suponiendo que la primer forma de energía se convierte enteramente en la segunda porque no hay pérdidas por rozamiento. La energía cinética de rotación de la ficha está dada por:

$$\boxed{\Delta E_{rot} = \frac{1}{2} I_o \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{\Delta L^2}{I_o}} \qquad \textbf{(2)}$$

siendo:

♦ $\Delta L = h_1 \cdot m \cdot v$, el valor del cambio del momento angular del bloque originado por el impulso que le da a éste la bolita, con $\mathbf{h_1}$ la altura de impacto, **m** la masa de la bolita y $\mathbf{v} = \sqrt{\frac{g}{l}}x$**,** la velocidad de ésta al momento del choque (l es la longitud del péndulo al C.M de la bolita y g la aceleración de la gravedad).

♦ $\mathbf{I_o} = I_{CM} + M \cdot d^2$ el momento de inercia de la ficha alrededor de la arista “o” (ver *Figura 2*), con $\mathbf{I_{CM}} = 1/12\, M(a^2 + b^2)$ el momento de inercia alrededor del C.M y **M** la masa de la ficha.

Igualando la expresión **(1)** con la **(2)** y operando algebraicamente se obtiene:

$$\boxed{h_1 = \frac{M}{m} \sqrt{\frac{1}{3} l \cdot (a^2 + b^2) \left[\sqrt{a^2 + b^2} - b \right]} \quad \frac{1}{x}}$$

Se observa la proporcionalidad inversa entre $\boldsymbol{h_1}$ y $\boldsymbol{x}$. La constante de proporcionalidad es

$$\mathbf{K} = \frac{M}{m} \sqrt{\frac{1}{3} l \cdot (a^2 + b^2) \left[\sqrt{a^2 + b^2} - b \right]} \; ., \qquad \textbf{(3)}$$

Para las dimensiones geométricas de los elementos utilizados,

$$\mathbf{K} = (8{,}3 \pm 3{,}7)\ \mathrm{cm}^2 \,.$$

Este valor de ***K***. es consistente con la pendiente de la recta de la figura 1. Sin embargo, para afirmar que $\boldsymbol{h_1}$ y ***x*** son inversamente proporcionales, la ordenada al origen debiera ser nula. El hecho de que no lo sea podría deberse a que no se consideraron (en la modelización teórica) las pérdidas de energía por fuerzas de rozamiento en el impacto y en posibles bamboleos de la ficha. De esta forma, la energía mínima real es mayor a la teórica, ya que debe compensar esas pérdidas para efectuar el vuelco, por lo que la bolita se debe apartar una distancia ***x*** mayor a la real, aumentando el valor de la constante ***K***.

Se observa también que en el análisis realizado, no intervino el ancho ***c*** de la ficha. Las dimensiones que influyen son la altura ***b*** y el espesor ***a***. Si una ficha tiene una altura y anchura determinadas, cuanto más delgada sea, más “inestable” será, es decir, serán menores ***d*** y el peso, y hará falta menos energía para elevar el C.M y derribarla.

CONCLUSIONES

La clave de la inestabilidad de una ficha de dominó reside en el cociente altura/grueso (b/a), el ancho no influye salvo por su contribución al peso.

Para abatir la ficha, hay que desarrollar un gran momento que le permita al C.M sobrepasar la posición de equilibrio inestable que se da cuando se encuentra justo encima de la arista de rotación

Dicho momento (que dura el breve lapso del impacto) debe contrarrestar al momento de giro creado por el peso que tiende a devolver a la ficha a su posición original y que actúa durante la rotación subsiguiente al impacto. Para ello conviene golpear alto en la cara de la ficha, y con una energía mayor a la mínima necesaria que es

$$1/2 \; m \, g \left(\sqrt{a^2 + b^2} - b \right)$$

Si la energía la proporciona la bolita de un péndulo dispuesto como se explicó, la distancia ***x*** que hay que separarla de la ficha es casi inversamente proporcional a la altura ***h*** de impacto. La constante de proporcionalidad real es mayor a la deducida teóricamente por las disipaciones de energía.

---

2) CAÍDA DE DOS FICHAS

Para que una ficha de dominó derribe a una segunda que tiene enfrente, la distancia entre ellas debe ser inferior a la altura o no chocarán. Esta es la máxima separación.

Hay también una distancia mínima determinada por la energía mínima que una pieza debe transferir a la otra. Es decir, en un choque ideal, el C.M de la 1ra. pieza deberá poder caer desde un punto situado a la misma altura hasta la que deba elevarse el C.M de la segunda. Esta condición define el valor de la distancia mínima entre las fichas.

En una hilera de fichas, con un golpecito que imprima a la 1ra. la energía mínima, puede iniciarse una reacción en cadena, si todas las fichas están separadas una distancia superior a la mínima e inferior a la altura. Si la separación es inferior a la mínima, el golpe inicial sobre la 1ra. debe comunicar una energía mayor a la mínima, para que cada ficha traspase su posición de equilibrio inestable, no a causa de la energía de caída de su antecesora sino por la energía extra que se comunicó con el impacto inicial y que se fue transmitiendo a lo largo de la cadena. Deben considerarse siempre las pérdidas por rozamiento cuando las fichas se tocan y oscilan.

3) REACCIÓN EN CADENA

Para el estudio de las reacciones en cadena, se realizó el siguiente diseño experimental:

Se dispuso una fila de fichas iguales y equiespaciadas, sobre un riel de madera nivelado horizontalmente, y forrado con goma para que las fichas no se deslicen fácilmente, es decir, sólo roten al ser impactadas.

Mediante dos fotointerruptores colocados uno inmediatamente después de la primer pieza y otro inmediatamente después de la última, se mide el tiempo transcurrido desde que comienza su caída la primer ficha hasta que la comienza la última. La distancia entre ambos fotointerruptores se considera como la "longitud total de la cadena de fichas". Con el tiempo total y la longitud puede obtenerse la velocidad promedio de una reacción.

VELOCIDAD DE LA REACCIÓN EN FUNCIÓN DE LA SEPARACIÓN

Se ubica un péndulo como el descripto en la etapa 1) junto a la primer ficha. Se la aparta siempre una misma distancia horizontal ***x*** y se la suelta para que choque con la primer pieza, de modo que ésta no salte ni se desplace por el riel para que no pierda una cantidad de energía considerable que afecte a las mediciones. La variable experimental es en este caso la separación existente entre las fichas y por ende la longitud total de la cadena. La energía inicial comunicada a la primer pieza se mantiene constante pues la bolita impacta sobre ella siempre a una misma altura y con la misma velocidad, independientemente de la separación entre fichas. El error asociado al cálculo de la velocidad se reduce debido a que se realizan varias mediciones para cada una de las distintas separaciones.

RESULTADOS OBTENIDOS

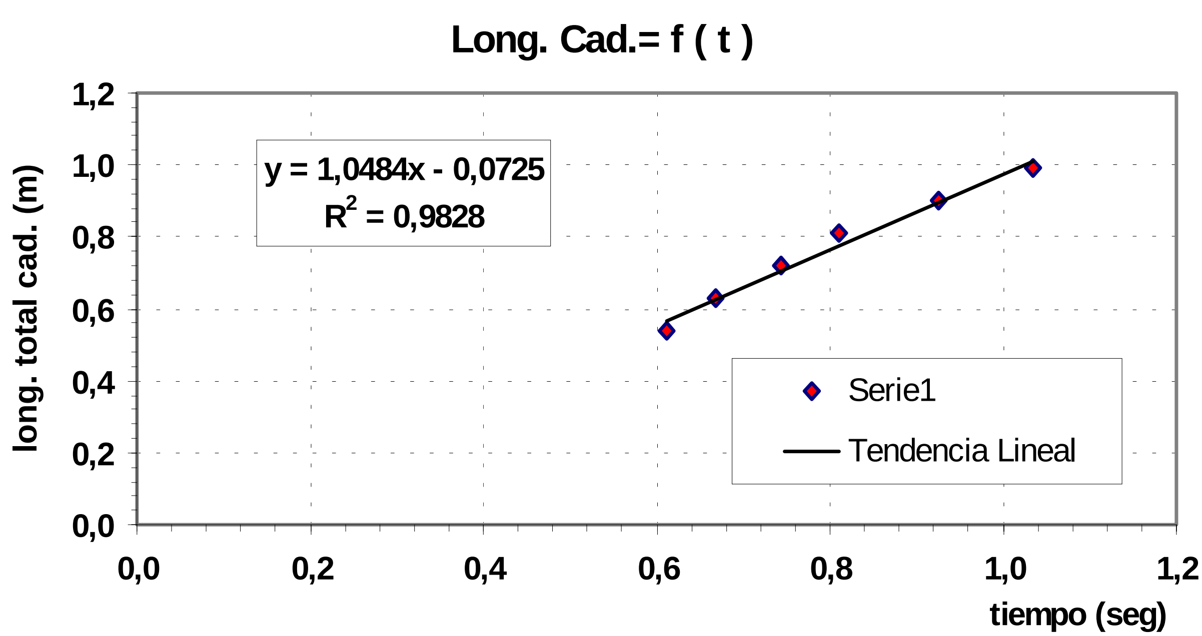

Figura 4: *A medida que aumenta la longitud de la cadena, la reacción dura más tiempo. La pendiente de la recta del gráfico representa una velocidad promedio de todas las reacciones llevadas a cabo.*

DISCUSIÓN

Debido a la relación casi lineal observada entre el tiempo y la longitud nos preguntamos si la velocidad es independiente de la separación entre las fichas. Es decir, si para una fuerza constante que aplica la bolita, la velocidad de la reacción en cadena es también constante sin importar las distancias de una ficha a otra mientras sean todas iguales.

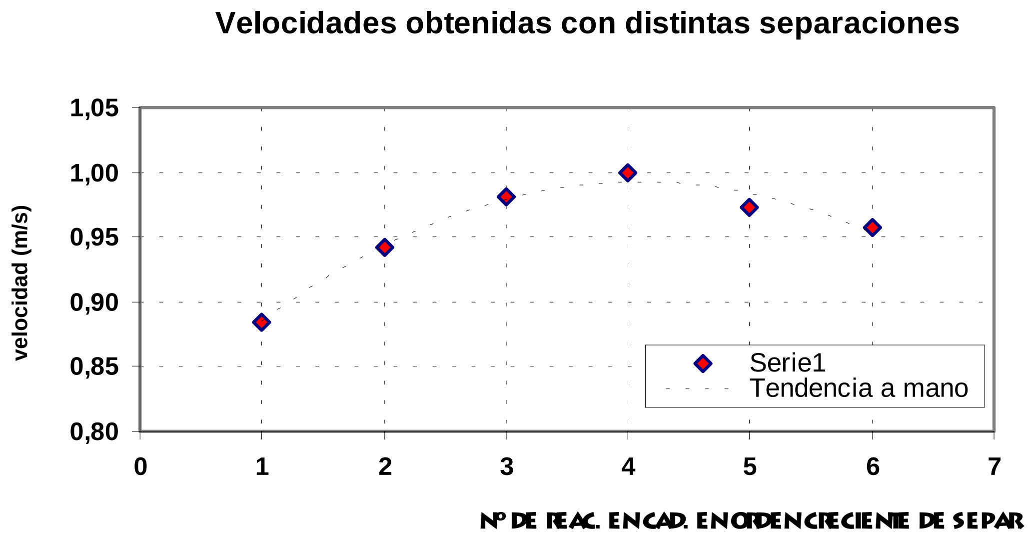

Figura 5: *La línea de puntos no es de ajuste sino de guía para el observador. Al parecer la función es bivaluada, es decir tiende a tener dos valores extremos. Más allá del último la velocidad se anula, pues si la separación entre fichas supera a la altura de las mismas, una no podrá volcar a la siguiente. Pasando al otro caso extremo, cuando la separación es nula, si la energía es suficiente, todas las fichas volcarán al mismo tiempo "en bloque", correspondiendo a esta reacción una velocidad mínima; si la energía no es suficiente dicha velocidad es cero. No es claro si la tendencia hacia los valores extremos es brusca o gradual. Se requerirían más mediciones en torno a las separaciones extremas.*

A pesar de que las velocidades obtenidas no difieren significativamente, se comprobó que el intervalo de incertidumbre de cada una no se intercepta con ninguno de los de las otras, por lo que puede afirmarse que las velocidades son distintas.

VELOCIDAD DE LA REACCIÓN EN FUNCIÓN DE LA ALTURA DE IMPACTO

Para una cadena dada de fichas equiespaciadas, se hizo que la bolita impactara sobre la primera a distintas alturas, subiendo o bajando el punto de suspensión del péndulo. Pero se cuidó de separar a la bolita de su posición de equilibrio una misma distancia horizontal x, para que siempre impacte con la misma velocidad. En el gráfico de la *Figura 6* se muestra el tiempo que dura la reacción en función de la altura a la que impacta la bolita, medida desde la base de la ficha:

DISCUSIÓN

Cuanto más alto se pegue en la ficha, mayor es la energía cinética de rotación que adquiere, al crecer el momento angular. Sin embargo, se observa que el punto asociado al tiempo óptimo, se encuentra por encima del C.M, pero no corresponde a la altura de la ficha (es decir a la energía cinética de rotación máxima teórica). A partir de los 6 cm (la pieza tiene una altura de 7,6 cm), la velocidad de la reacción comienza a disminuir, pues la energía mínima para hacerla caer, fue superada en tal grado, que el rozamiento no resulta ya suficiente para evitar el deslizamiento. Es por ello que la ficha salta o patina hacia atrás, perdiéndose energía. En puntos muy bajos de impacto se observó también que la ficha patinaba hacia adelante, retardando la reacción.

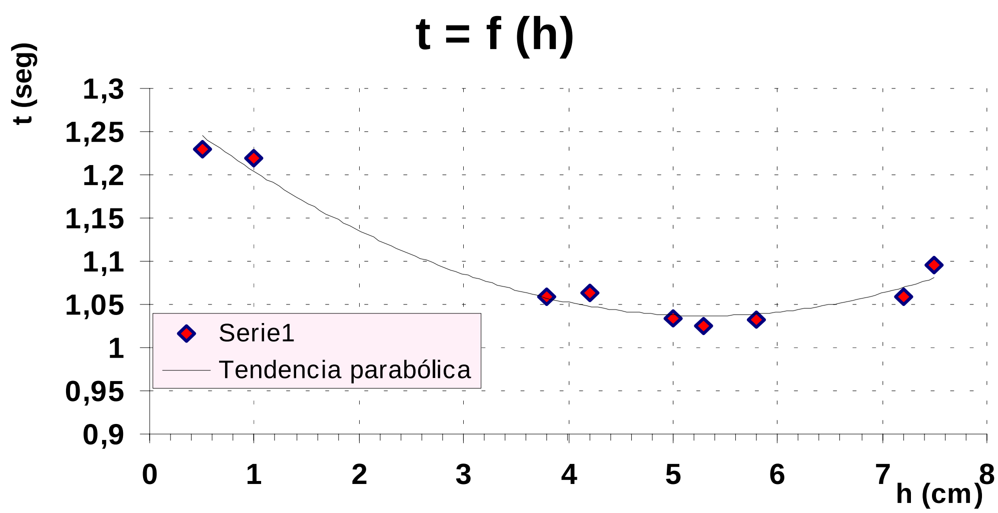

Figura 6: *El C.M de la ficha empleada se encuentra a 3,8 cm de altura. Los tiempos óptimos corresponden a una altura superior a la de éste, entre 5 y 6 cm.*

CONCLUSIONES

La velocidad de la reacción en cadena no es independiente de la separación entre las fichas.

Para una cadena dada, la velocidad de reacción es óptima para un punto que se encuentra a una altura determinada.

BIBLIOGRAFÍA

1 - Jearl Walker, “Taller y Laboratorio”, Investigación y Ciencia, octubre de 1984.
2 - Sears, Zemansky, Young; “Física Universitaria”, Addison Wesley Longman, 9na. Ed. 1996.