

Estudio Experimental de la Segunda Ley de Newton

Lilian E. Mariani
Mariela Azul González
Diego Saurina (die.go@usa.net)
M. Jimena Antonelli
Hernán Toth

Universidad Favaloro
Ciudad de Bs. As. 11 de mayo de 2000

Resumen: A través de dos métodos distintos se determina la aceleración de un móvil. Se comparan los resultados obtenidos en cada caso. Para distintos valores de una masa, se deducen los valores de la aceleración de la gravedad, y de la fuerza de rozamiento asociada a dicho móvil, poniéndose a prueba la 2da. Ley de Newton.

INTRODUCCIÓN

La *Figura 1* muestra un dispositivo experimental que consiste en un “carrito” de masa M_1 unido por un hilo a un cuerpo de masa M_2 que cuelga de una polea de masa M_p con momento de inercia I . Si el sistema se libera del reposo, M_2 comienza a caer y tira de M_1 el cual rueda **con fricción** f_r por una superficie nivelada horizontalmente.

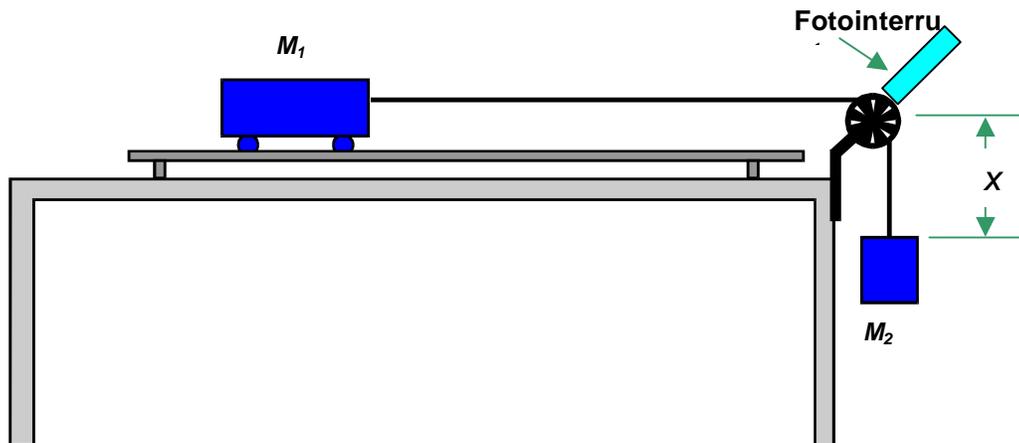


Figura 1: Dispositivo experimental para estudiar la segunda ley de Newton.

Sobre M_1 actúa una fuerza externa neta, ya que éste se acelera (pues de lo contrario conservaría su estado de reposo). Lo mismo le sucede a M_2 .

La segunda ley de Newton se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (1)$$

Donde m es la masa del cuerpo, a su aceleración y el primer miembro representa la fuerza neta sobre el mismo.

La relación análoga a la segunda ley de Newton para un sistema en rotación es:

$$\sum \tau = I \alpha \quad (2)$$

donde el primer miembro representa el momento externo neto (resultante del momento). α es la aceleración angular del cuerpo o sistema e I es el momento de inercia, que depende de cómo se distribuya la masa alrededor del eje de rotación.

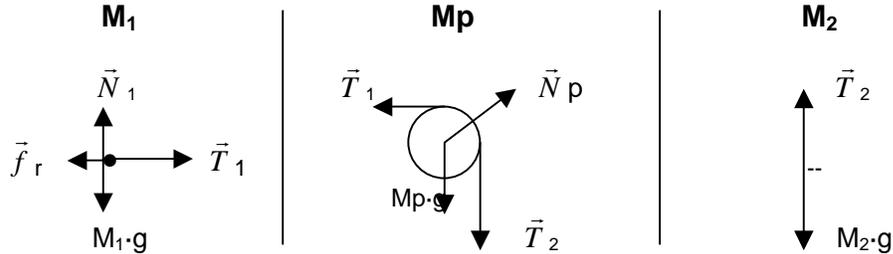


Figura 2: Diagramas de cuerpo libre para M_1 , M_p y M_2 .

La ecuación (1) puede aplicarse a los cuerpos de masas M_1 y M_2 , mientras que a la polea, que es un cuerpo rígido en rotación, puede aplicársele la ecuación (2). De acuerdo a los diagramas de cuerpo libre que muestra la *Figura 2* se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F}_x = T_1 + (-f_r) = M_1 \cdot a_1 \quad (\text{para el "carrito"}) \\ \sum \vec{F}_y = M_2 \cdot g + (-T_2) = M_2 \cdot a_2 \quad (\text{para el cuerpo que cuelga}) \\ \sum \tau = T_2 \cdot R + (-T_1 \cdot R) = I \cdot \alpha \quad (\text{para la polea de radio } R) \end{array} \right.$$

Como el hilo no se estira ni resbala sobre la polea, se cumplen las siguientes relaciones:

$$a_1 = a_2 = \alpha R = a$$

Reemplazando por esta condición de contorno, y operando algebraicamente en el sistema, se obtiene la siguiente expresión para a :

$$a = \frac{M_2 \cdot g - f_r}{M_1 + M_2 + \frac{I}{R^2}} \quad (3)$$

Se ha encontrado de esta forma, la expresión analítica de la aceleración del sistema. El objetivo del presente experimento es poner a prueba esta expresión, derivada de la segunda ley de Newton y por extensión estudiar experimentalmente su validez.

DISEÑO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

Se utilizan dos métodos distintos (uno más sofisticado), que permiten averiguar la aceleración del sistema en forma experimental. Para ello se arma el dispositivo mostrado en la *Figura 1*. El cuerpo colgante consiste en un soporte de alambre por el que se engarzan arandelas, teniendo de esta manera la posibilidad de variar su masa M_2 .

- **ETAPA PRELIMINAR:**

En el primer método se libera al sistema del estado de reposo al tiempo que se acciona un cronómetro. Luego de que el carrito se desplaza una cierta distancia prefijada se detiene el cronómetro. Se repite 10 veces el experimento variando la masa M_2 .

Despreciando la masa de la polea y el rozamiento de la superficie del carril, se determina en forma preliminar, la aceleración del sistema mediante la ecuación

$$a = 2 \cdot \Delta x / t^2$$

El error introducido por este método se debe al tiempo de reacción visual del observador que toma el tiempo, a la acción manual del cronómetro y a su apreciación.

Para $M_1 = 496\text{g}$ y $M_2 = 26.5\text{g}$ se obtuvo:

$$a = (0,4 \pm 0.1) \text{ m/s}^2 \quad (\varepsilon = 0.25\%)$$

En la ecuación (3) no se incluye la masa del hilo. Para poder despreciarla, se utilizaron masas M_2 considerablemente mayores. Eliminando de la ecuación (3) f_r e $1/R^2$, los distintos valores obtenidos para “a” en forma experimental difieren en un 18% de los calculados respectivamente mediante esta ecuación.

- **SEGUNDA ETAPA:**

El segundo método consiste en repetir lo realizado en la etapa anterior, usando las mismas masas pero reemplazando el cronómetro por un fotointerruptor colocado en la polea.

Con el apoyo de un software adecuado, (Precision Timer de Vernier) y para una masa colgante dada, el fotointerruptor establece una serie de intervalos de tiempo “ Δt_i ”. Cada uno de ellos corresponde al lapso empleado por la polea en girar desde el comienzo de un rayo hasta el comienzo del siguiente. Estos lapsos van disminuyendo con el correr del tiempo por ser la rotación uniformemente acelerada.

Se determina con un calibre el radio interno de la polea, al que se le suma la mitad (estimada) del grosor del hilo, para determinar un radio promedio.

Con el radio R ($=4.9$ cm) de la polea se calcula la décima parte de su perímetro Dx que es la distancia lineal que se desplaza el sistema entre dos rayos de la polea (la polea tenía 10 rayos) :

$$Dx = 2 \Pi R / 10$$

ya que debe girar un ángulo de 36° para pasar de un rayo al siguiente. Sabiendo que esa misma fracción de perímetro se realiza sucesivamente en los lapsos medidos por el fotointerruptor, se calcula una serie de velocidades tangenciales medias, de la siguiente manera:

$$v_i = Dx / \Delta t_i$$

Finalmente, se representa la velocidad tangencial en función del tiempo total transcurrido (por acumulación de los sucesivos Δt_i) con el fin de determinar gráficamente la aceleración, ya que la gráfica esperada es una recta cuya pendiente representa la aceleración constante del sistema.

Para la masa de 26.5 g se obtiene:

$$a = (0.458 \pm 0.005) \text{ m/s}^2 \quad (\epsilon = 0.01\%)$$

donde el error absoluto está originado por la apreciación del fotointerruptor.

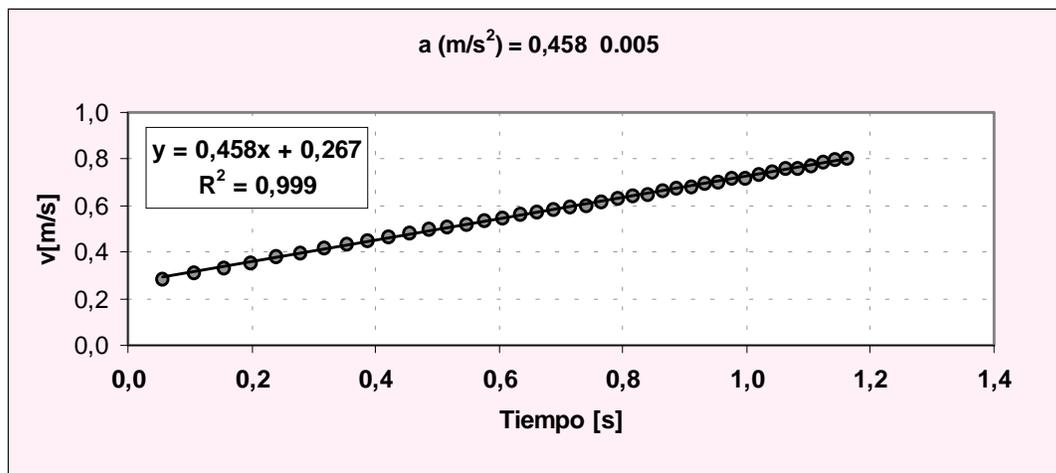


Figura 3: La serie de velocidades tangenciales de la polea, para $M_2 = 26.5\text{g}$, se ajustan bien a Por una recta. Su pendiente representa la aceleración del sistema.

Para poner a prueba la expresión (3) es conveniente escribirla en la siguiente forma equivalente:

$$a \left(M_2 + M_1 + \frac{I}{R^2} \right) = g \cdot M_2 - f_r \quad (5)$$

Esto significa que si para una serie de masas M_2 se obtiene la respectiva serie de aceleraciones a , conociendo el momento de inercia (calculado como se explica más adelante), pueden entonces graficarse los resultados del primer miembro ($f[M_2]$) de la

expresión (5) en función de M_2 . La ecuación deducida teóricamente se verá corroborada por los datos experimentales, si los datos experimentales se alinean a lo largo de una línea recta de pendiente aproximadamente igual al valor de la aceleración de la gravedad (g). La ordenada al origen debe representar razonablemente el rozamiento actuante sobre el carrito.

En la Fig. 4 se observa que los datos experimentales efectivamente siguen una relación lineal.

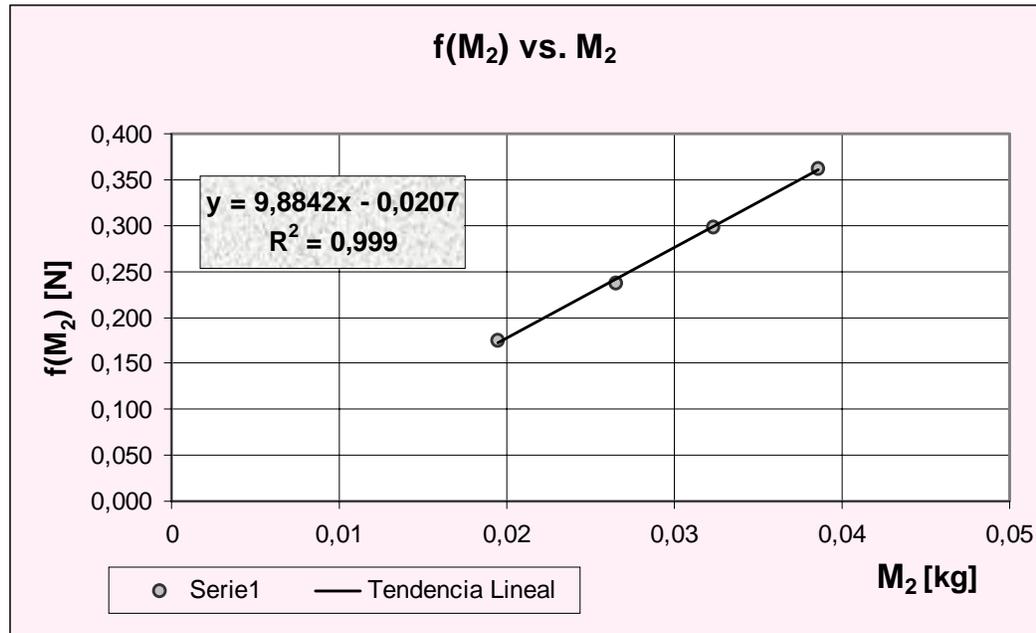


Figura 4 - Representación gráfica de los datos experimentales del primer miembro de la expresión (5) en función de las masas m_2 . La línea continua representa un ajuste lineal a los datos experimentales. Los parámetros indicados en la figura son los parámetros de la recta que mejor ajustan los datos experimentales.

Se deduce de esta forma que $g = (9.8 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$. La incertidumbre es ocasionada por la apreciación de la balanza, del fotointerruptor y al error del cálculo del momento de inercia.

La fuerza de rozamiento es aproximadamente $f_r \approx -0.02 \text{ N}$ (es negativa pues se opone al avance del carrito), siendo el valor de coeficiente de roce dinámico correspondiente de $\mu_k = 0.004$.

EXPERIMENTO AUXILIAR- Determinación del momento de inercia de la polea.

Para determinar el momento de inercia de la polea se realiza el siguiente procedimiento:

- Se aísla la polea del sistema, se le coloca el fotointerruptor, se enrollan unas vueltas de hilo del cual pende del extremo libre una arandela de masa conocida m
- Se suelta el sistema del reposo.
- Se registran los sucesivos intervalos de tiempo empleados por la polea en girar desde el comienzo de un rayo al siguiente. Se analizan las series de lapsos para

determinar a_i y a_f (aceleración antes de la caída libre y aceleración durante y después de la caída libre).

- Se reemplazan los datos obtenidos en la siguiente fórmula deducida para calcular el momento de inercia I de la polea:

$$I = \frac{R^2 \cdot m \cdot (g - a_i)}{a_i + a_f}$$

siendo m la masa la arandela, y R el radio de la polea.

Se obtuvieron los siguientes resultados para $m = 0,0015$ kg:

- $a_i = (3,770 \pm 0.001) \text{ m/s}^2$ (valor que representa la pendiente de la recta "v_teo_1" de la Figura 5)
- $a_f = (-0,207 \pm 0.001) \text{ m/s}^2$ (valor que representa la pendiente de la recta "v_teo_2" de la Figura 5)
- $I = (1,5 \times 10^{-6} \pm 0,1 \times 10^{-6}) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ y $I/R^2 = 0.00065 \text{ Kg}$.

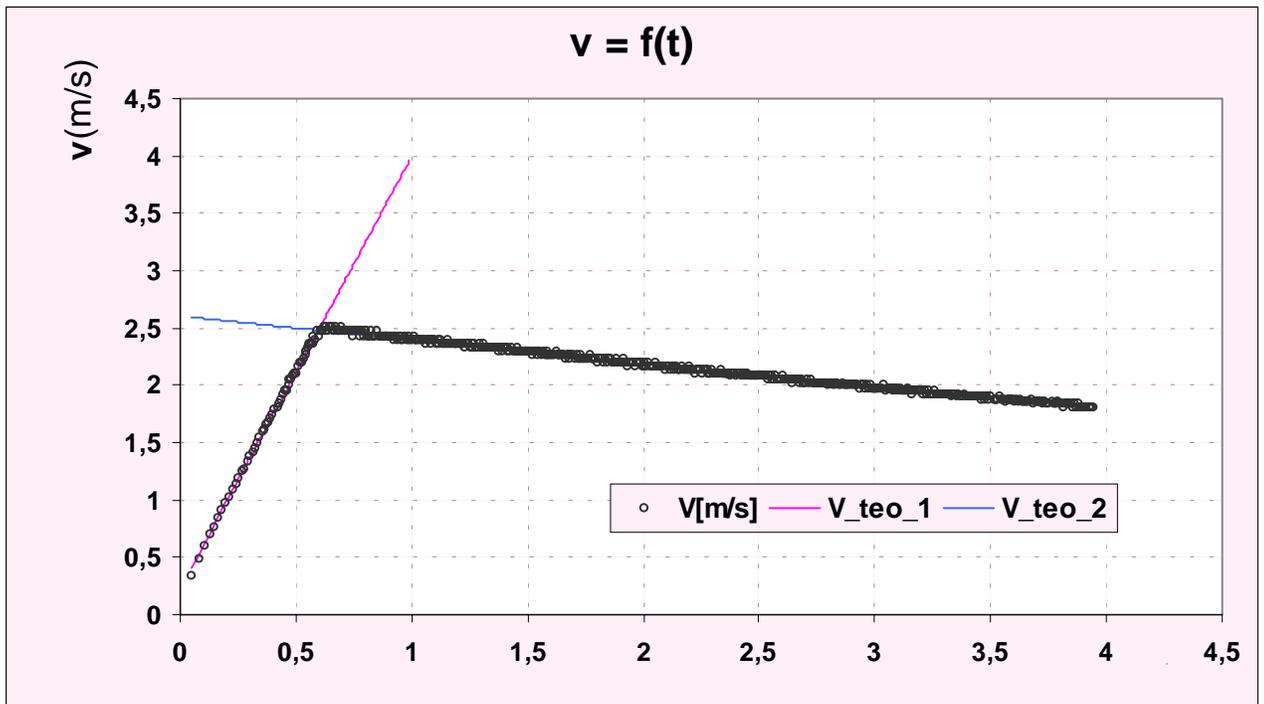


Figura 5: Representación gráfica de la velocidad tangencial de la polea en función del tiempo para el arreglo experimental de la Etapa 3. El punto en que se "quebra" la gráfica corresponde al instante de tiempo en que se suelta la arandela comenzando su caída libre

CONCLUSIONES

Para cada masa M_2 , la aceleración obtenida con el uso del fotointerruptor es más precisa que la obtenida con el uso del cronómetro, pues su error relativo (y por ende el porcentual) es menor. Al usar el cronómetro se realiza una única medición del tiempo y se introduce el error correspondiente al tiempo de reacción. En cambio el fotointerruptor realiza varias mediciones a lo largo del trayecto, lo cual permite analizar si el movimiento efectivamente se realiza con aceleración constante o no.

La relación casi lineal, observada experimentalmente entre $f(M_2)$ y M_2 , y el valor obtenido para g , corroboran la validez de la ecuación (3) y de la segunda ley de Newton a partir de la cual fue deducida.

A partir de la fuerza de fricción, se deduce que el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_k = 0.004 \pm 0.001$, entre la superficie del carril y las ruedas del carrito.